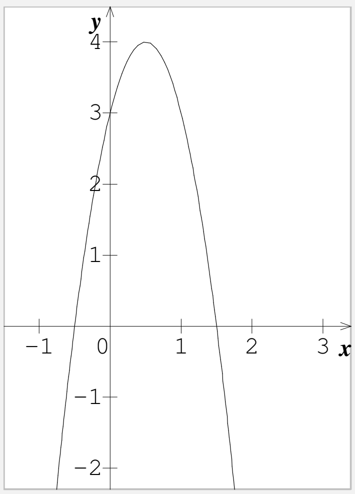
الدوال الأسّية

التمرين 1

مسألة :

الجزء الأول



الشلجم جانبه هوالتمثيل المبياني للدالة الحدودية t المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$t(x) = ax^2 + bx + c$$

حيث a و b و c أعداد حقيقية سنقوم بتحديدها

النقطة $S\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ هي رأس هذا الشلجم

و النقطة $A(0,3)$ تنتمي لهذا الشلجم

.

1) بين أن $c = 3$

2) بين أن $t\left(\frac{1}{2}\right) = 4$ ثم أوجد علاقة بين العددين a و b

3) بين أن $t'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ ثم حدد علاقة أخرى بين العددين a و b

4) حل النظمة $\begin{cases} a+b=0 \\ a+2b=4 \end{cases}$ و استنتج صيغة الدالة t

5) لتكن g دالة قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ معرفة بما يلي : $g(x) = (2x+1)(3-2x)e^{-x}$

أ- تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}$: $g(x) = t(x)e^{-x}$

ب- حدد إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

التصحيح :

1) لدينا $A\left(0,3\right)\in\left(C_t\right)$ إذن $t\left(0\right)=3$ و منه $c=3$

2)

- لدينا النقطة $S\left(\frac{1}{2},4\right)$ هي رأس هذا الشلجم إذن $S\left(\frac{1}{2},4\right)\in\left(C_t\right)$ و منه $t\left(\frac{1}{2}\right)=4$
- بما أن $t\left(\frac{1}{2}\right)=4$ فإن $a\left(\frac{1}{2}\right)^2+b\left(\frac{1}{2}\right)+3=4$ أي $a+2b=4$

3)

- النقطة $S\left(\frac{1}{2},4\right)$ هي رأس هذا الشلجم و بما أن t تزايدية على $\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]$ و t تناقصية على $\left[\frac{1}{2},+\infty\right[$

  فإن $t\left(\frac{1}{2}\right)$ هي القيمة القصوية للدالة t على $\mathbb{R}$ أي $t'\left(\frac{1}{2}\right)=0$
- لدينا : $t'\left(x\right)=2ax+b$ إذن $t'\left(\frac{1}{2}\right)=0\Leftrightarrow a+b=0$

4) لنحل النظمة $\begin{cases}a+b=0\\a+2b=4\end{cases}$

لدينا : $D=\begin{vmatrix}1&1\\1&2\end{vmatrix}=1$

إذن $a=\dfrac{\begin{vmatrix}0&1\\4&2\end{vmatrix}}{D}=\dfrac{-4}{1}=-4$ و $b=\dfrac{\begin{vmatrix}1&0\\1&4\end{vmatrix}}{D}=\dfrac{4}{1}=4$ و منه $S=\left\{\left(-4,4\right)\right\}$

و بالتالي $t\left(x\right)=-4x^2+4x+3$

5) لتكن g دالة قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ معرفة بما يلي : $g\left(x\right)=\left(2x+1\right)\left(3-2x\right)e^{-x}$

أ. ليكن $x\in\mathbb{R}$:

لدينا $\left(2x+1\right)\left(3-2x\right)=6x-4x^2+3-2x=-4x^2+4x+3=t\left(x\right)$

إذن : لكل x من $\mathbb{R}$: $g\left(x\right)=t\left(x\right)e^{-x}$.

ب. ليكن $x \in \mathbb{R}$ **:**

لدينا $e^{-x} > 0$ **إذن إشارة** $g(x)$ **هي إشارة** $t(x)$ **:**

x	$-\infty$ $\quad$ $-1/2$ $\quad$ $3/2$ $\quad$ $+\infty$		
$3-2x$	$+$	$+$ $\quad 0$	$-$
$2x+1$	$-$ $\quad 0$	$+$	$+$
$(2x+1)(3-2x)$	$-$ $\quad 0$	$+$ $\quad 0$	$-$

و منه :

على المجال $\left]-\infty, \frac{-1}{2}\right]$ **:** $g(x) \leq 0$

على المجال $\left[\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}\right]$: $g(x) \geq 0$

على المجال $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right[$: $g(x) \leq 0$

<u>**ملاحظة : يمكن التأكد من هذه النتائج مبيانيا و ذلك بالإعتماد على منحنى الدالة** g **(هذا الشكل لم يتم إدراجه في المعطيات و تم رسمه فقط للتحقق)**</u>