دراسة و تمثيل الدوال العددية (2) :
الدالة المتخاطة : $x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d}$

1) دراسة دالة متخاطة

f دالة عددية معرفة ب : $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ مع $ad-bc \neq 0$ و $c \neq 0$

لدراسة الدالة f نتبع الخطوات التالية :

- **تحديد مجموعة تعريف** f :

$$D_f=\{x \in \mathbb{R} / cx+d \neq 0\}=\mathbb{R}-\left\{\frac{-d}{c}\right\}=\left]-\infty,\frac{-d}{c}\right[\cup\left]\frac{-d}{c},+\infty\right[$$

- **حساب النهايات عند محدات** D_f :

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{-d}{c}\\ x>\frac{-d}{c}}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{-d}{c}\\ x<\frac{-d}{c}}} f(x)$

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty}\frac{ax+b}{cx+d}=\lim_{x\to-\infty}\frac{ax+b}{cx+d}=\frac{a}{c}}$$

- **حساب الدالة المشتقة** f'

$$\boxed{f'(x)=\frac{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}{(cx+d)^2}=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}}$$

- **دراسة إشارة** $f'(x)$
- **و ضع جدول تغيرات الدالة** f
- **حساب صور بعض الأعداد**

- **إنشاء المقاربات**
- **إنشاء المنحنى**

منحنى دالة متخاطة يسمى هذلولا

2) المستقيم المقارب و الموازي لمحور الأفاصيل

- إذا كان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=l$ فإن المستقيم ذا المعادلة $y=l$ يسمى مقاربا للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ بجوار $+\infty$
- إذا كان $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=l$ فإن المستقيم ذا المعادلة $y=l$ يسمى مقاربا للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$ بجوار $-\infty$

3) المستقيم المقارب الموازي لمحور الأراتيب

- إذا كان $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$ فإن المستقيم ذا المعادلة $x=x_0$ يسمى مقاربا عموديا للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$
- إذا كان $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=-\infty$ فإن المستقيم ذا المعادلة $x=x_0$ يسمى مقاربا عموديا للمنحنى $(\mathscr{C}_f)$

4) مركز تماثل هذلول

- منحنى الدالة $f : x \mapsto \dfrac{ax+b}{cx+d}$ مع $ad-bc\neq 0$ و $c\neq 0$ هو هذلول مركزه النقطة $\Omega\left(\dfrac{-d}{c},\dfrac{a}{c}\right)$