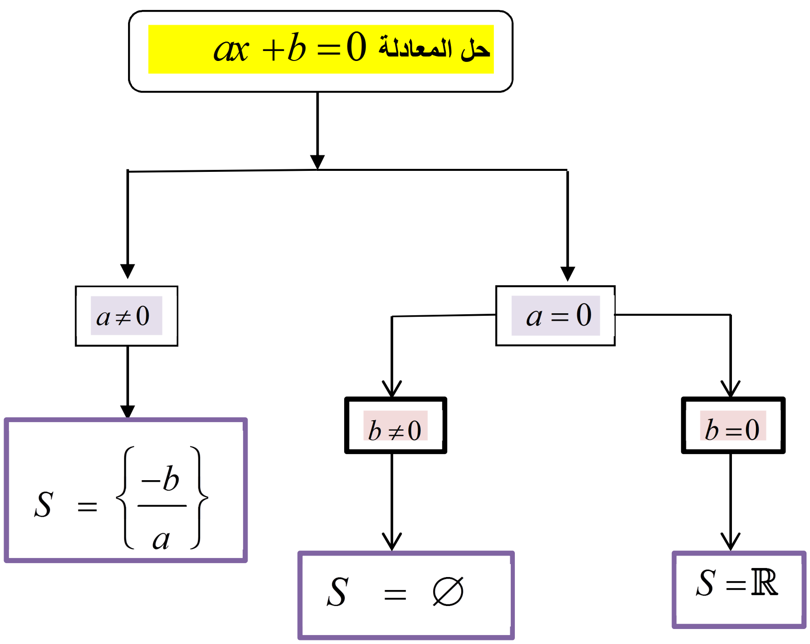
المعادلات والمتراجحات والنظمات

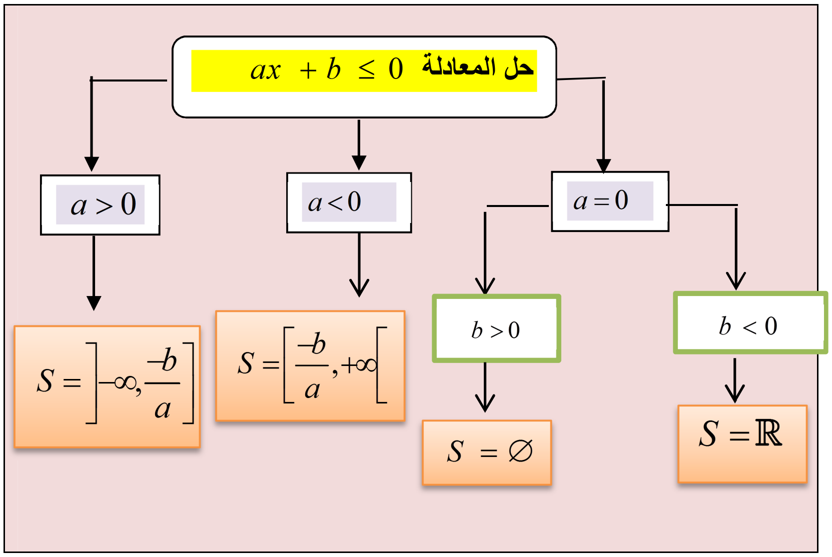
معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هي كل معادلة يمكن أن تكتب على شكل $ax+b=0$ حيث x هو المجهول و a و b عددان حقيقيان معلومان



متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد في $\mathbb{R}$ هي كل متراجحة يمكن أن تكتب على شكل $ax+b\geq 0$ أو $ax+b>0$ أو $ax+b\leq 0$ أو $ax+b<0$ حيث x هو المجهول و a و b عددان حقيقيان معلومان



جدول إشارة الحدانية $ax+b$

نعتبر الحدانية $ax + b$ حيث $a \neq 0$

- إذا كان $x \geq \frac{-b}{a}$ فإن إشارة $ax + b$ هي إشارة a
- إذا كان $x \leq \frac{-b}{a}$ فإن إشارة $ax + b$ هي عكس إشارة a

معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهولين هي كل معادلة يمكن أن تكتب على شكل $ax + by + c = 0$ حيث x و y هما المجهولان و a و b و c أعداد حقيقية معلومة

- إذا كان $a \neq 0$ فإن $S = \left\{ \left(\frac{-b}{a} y - \frac{c}{a} ; y \right) / y \in \mathbb{R} \right\}$
- إذا كان $b \neq 0$ فإن $S = \left\{ \left(x ; \frac{-a}{b} y - \frac{c}{b} \right) / x \in \mathbb{R} \right\}$
- إذا كان $a = 0$ و $b = 0$:
  - إذا كان $c = 0$ فإن : $S = \mathbb{R}^2$
  - إذا كان $c \neq 0$ فإن : $S = \varnothing$

نظمة معادلتين من الدرجة الأولى

النظمة $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ تسمى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y حيث a و b و c و a' و b' و c' أعداد حقيقية .

العدد $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = ab'-a'b$ يسمى محددة النظمة (S).

نعتبر النظمة $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

- إذا كان : $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} \neq 0$ فإن النظمة تقبل حلا وحيدا هو الزوج (x,y) حيث : $x=\dfrac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$ و $y=\dfrac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$
- إذا كان $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = 0$ فإنه قد لا يكون لهذه النظمة أي حل وقد يكون لها ما لا نهاية من الحلول

إشارة $ax+by+c$ و تجويه المستوى

المستوى منسوب إلى معلم (O,I,J)

ليكن (D) مستقيما معادلته $ax+by+c=0$

المستقيم (D) يحدد نصفي مستوى مفتوحين.

- أحدهما مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق العلاقة $ax+by+c>0$
- و الآخر هو مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق العلاقة $ax+by+c<0$

المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد

الكتابة $a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{(2a)^2}\right]$ تسمى الشكل القانوني لثلاثية الحدود ax^2+bx+c حيث a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a\neq 0$

- كل معادلة على الشكل $ax^2+bx+c=0$ حيث a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a\neq 0$ تسمى معادلة من الدرجة الثانية في $\mathbb{R}$
- العدد $\Delta=b^2-4ac$ يسمى مميز هذه المعادلة أو مميز ثلاثية الحدود ax^2+bx+c

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة $ax^2+bx+c=0$ بحيث $a\neq 0$ و لتكن S مجموعة حلولها و Δ مميزها .

حل المعادلة $ax^2+bx+c=0$

$$\Delta=b^2-4ac$$

- $\Delta<0$: $S=\varnothing$
- $\Delta=0$: $S=\left\{\frac{-b}{2a}\right\}$
- $\Delta>0$: $S=\left\{\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a},\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right\}$

تعميل ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

نعتبر ثلاثية الحدود ax^2+bx+c و ليكن Δ مميزها

- إذا كان $\Delta>0$ فإن المعادلة $ax^2+bx+c=0$ تقبل حلين مختلفين x_1 و x_2 و لدينا :

$$ax^2+bx+c=a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$$

- إذا كان $\Delta=0$ فإن :

$$ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$$

- إذا كان $\Delta<0$ فإن ثلاثية الحدود ax^2+bx+c لا يمكن تعميلها إلى جداء حدوديتين من الدرجة الأولى في $\mathbb{R}$

مجموع و جداء حلي معادلة من الدرجة الثانية

إذا كان للمعادلة $ax^2+bx+c=0$ مميز موجب قطعا فإن x_1 و x_2 حلي هذه المعادلة يحققان :

$$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a} \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}$$

إشارة ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

نعتبر ثلاثية الحدود $P(x)=ax^2+bx+c$ و Δ مميزها

- إذا كان $\Delta>0$ فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a خارج الجذرين ، و إشارة $P(x)$ هي عكس إشارة العدد a داخل الجذرين
- إذا كان $\Delta=0$ فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a لكل x مخالف للعدد $\dfrac{-b}{2a}$
- إذا كان $\Delta<0$ فإن إشارة $P(x)$ هي إشارة العدد a لكل x من $\mathbb{R}$