

المتجهات في الفضاء

عناصر متجهة



و B نقطتين مختلفتين من الفضاء.

- الإتجاه: إتجاه المتجهة \overrightarrow{AB} هو المستقيم (AB)
- المنحى: منحى المتجهة \overrightarrow{AB} من A إلى B
- المنظم: منظم المتجهة \overrightarrow{AB} هو طولها أي المسافة AB و نكتب $\| \overrightarrow{AB} \| = AB$

تساوي متجهتين

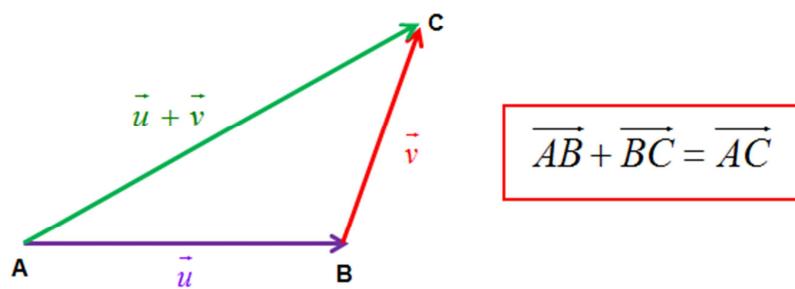
تكون متجهتان متساويتان إذا كان لهما نفس الإتجاه ، نفس المنحى و نفس المنظم

لكل متجهة \vec{u} و لكل نقطة A من الفضاء توجد نقطة وحيدة M من الفضاء بحيث :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow ABCD \text{ متوازي الأضلاع}$$

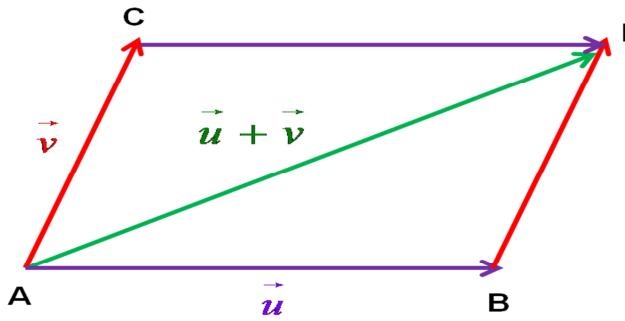
علاقة شال

مهما كانت النقط A و B و C من الفضاء ، لدينا :



مجموع متجهتين

لتكن A و B و C و D أربع نقاط من الفضاء
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ لدينا :



$$\vec{u} = \overrightarrow{AB}$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{AC}$$

$$\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AD}$$

لتكن \vec{u} و \vec{v} و \vec{w} ثلاثة متجهات من الفضاء ، لدينا :

$$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u} \quad \bullet$$

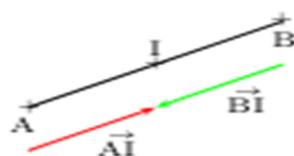
$$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) \quad \bullet$$

$$\vec{u} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{u} = \vec{u} \quad \bullet$$

$$\vec{u} + (-\vec{u}) = (-\vec{u}) + \vec{u} = \vec{0} \quad \bullet$$

منتصف قطعة

I منتصف القطعة $[AB]$ إذا و فقط إذا كان $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$



ضرب عدد حقيقي في متجهة

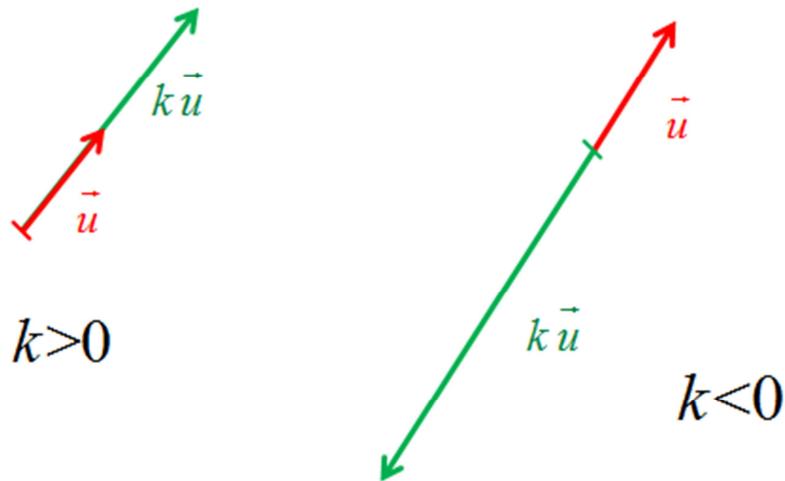
لتكن \vec{u} متجهة غير منعدمة و ليكن $k \in \mathbb{R}^*$ جداء العدد الحقيقي k في المتجهة \vec{u} عي المتجهة المعرفة بما يلي :

$$k < 0$$

- $k \vec{u}$ و \vec{u} لهما نفس الإتجاه
- $k \vec{u}$ و \vec{u} لهما منحني متعاكسان
- $\|k \vec{u}\| = (-k) \|\vec{u}\|$

$$k > 0$$

- $k \vec{u}$ و \vec{u} لهما نفس الإتجاه
- $k \vec{u}$ و \vec{u} لهما نفس المنحني
- $\|k \vec{u}\| = k \|\vec{u}\|$



لتكن \vec{u} و \vec{v} متجهتين من الفضاء و ليكن α و β عددين حقيقيين ، لدينا :

- $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$
- $(\alpha + \beta)\vec{u} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{u}$
- $(\alpha \times \beta)\vec{u} = \alpha(\beta\vec{u})$
- $1\vec{u} = \vec{u}$

$\vec{v} = k \vec{u}$ و \vec{v} مستقيمتان إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي k بحيث :

المستقيم في الفضاء

لتكن A نقطة من الفضاء و \vec{u} متجهة غير منعدمة
 مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\overrightarrow{AM} = t \vec{u}$ و نرمز له
 $D(A, \vec{u})$:

الإستوائية

ليكن (P) مستوى من الفضاء و لتكن A و B و C ثلاث نقاط غير مستقيمية من المستوى (P) .
 نقول أن (P) هو المستوى المار من A و الموجه بالمتجهتين \overrightarrow{AC} و \overrightarrow{AB}

المستوى المار من A و الموجه بالمتجهتين \vec{u} و \vec{v} نرمز له بالرمز (P) .

لتكن \vec{u} و \vec{v} و \vec{w} ثلاث متجهات من الفضاء .
 نقول أن المتجهات \vec{u} و \vec{v} و \vec{w} مستوائية إذا وفقط إذا وجدت أربع نقاط A و B و C و D من الفضاء بحيث :
 $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$ و $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ و $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$

لتكن \vec{u} و \vec{v} متجهتين غير مستقيمتين و لتكن \vec{w} متجهة من الفضاء .
 $(\exists(x, y) \in \mathbb{R}^2) : \vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v} \Leftrightarrow$ \vec{w} مستوائية

لتكن A و B و C و D أربع نقاط من الفضاء
 إذا وجد عددين حقيقيين α و β بحيث : $\overrightarrow{AD} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AC}$ فإن النقط A و B و C و D مستوائية