المرجح

مرجح نقطتين

خاصية و تعريف

لتكن (A,α) و (B,β) نقطتين متزنتين من المستوى بحيث $\alpha+\beta\neq 0$

توجد نقطة وحيدة G من المستوى بحيث : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$. النقطة G تسمى مرجح النقطتين المتزنتين (A,α) و (B,β)

خاصيات مرجح نقطتين متزنتين

أ. **الصمود :**

إذا كانت G مرجح النقطتين المتزنتين (A,α) و (B,β) و $k\in\mathbb{R}^*$

فإن : G كذلك مرجح النقطتين المتزنتين $(A,k\alpha)$ و $(B,k\beta)$

ب. **الخاصية المميزة :**

إذا كانت G مرجح النقطتين المتزنتين (A,α) و (B,β) فإنه لكل نقطة M من المستوى :

$$\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$$

ج. **خاصية الإنشاء:**

إذا كانت G مرجح النقطتين المتزنتين (A,α) و (B,β) فإن :

$$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{BG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\overrightarrow{BA}$$

مرجح ثلاث نقط متزنة

خاصية و تعريف

لتكن (A,α) و (B,β) و (C,γ) ثلاث نقط متزنة من المستوى بحيث $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$

توجد نقطة وحيدة G من المستوى بحيث : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

النقطة G تسمى مرجح النقط المتزنة (A,α) و (B,β) و (C,γ)

خاصيات مرجح نقطتين متزنتين

أ. **الصمود :**

إذا كانت G مرجح النقط المتزنة (A,α) و (B,β) و (C,γ) و $k\in\mathbb{R}^*$

فإن : G كذلك مرجح النقط المتزنة $(A,k\alpha)$ و $(B,k\beta)$ و $(C,k\gamma)$

ب. **الخاصية المميزة :**

إذا كانت G مرجح النقط المتزنة (A,α) و (B,β) و (C,γ) فإنه لكل نقطة M من المستوى :

$$\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$$

ج. **خاصية الإنشاء:**

إذا كانت G مرجح النقط المتزنة (A,α) و (B,β) و (C,γ) فإن :

$$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$$

د. **تجميعية المرجح :**

إذا كانت G **مرجح النقط المتزنة** (A,α) **و** (B,β) **و** (C,γ)

و H **مرجح** (A,α) **و** (B,β)

فإن : G **مرجح النقطتين المتزنتين** $(H,\alpha+\beta)$ **و** (C,γ)

إحداثيات مرجح نقطتين

في مستوى منسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

إذا كانت G **مرجح النقط المتزنة** (A,α) **و** (B,β) **و إذا كانت** $A(x_A,y_A)$ **و** $B(x_B,y_B)$ **و** $G(x_G,y_G)$

فإن
$$\begin{cases} x_G=\dfrac{\alpha x_A+\beta x_B}{\alpha+\beta} \\ y_G=\dfrac{\alpha y_A+\beta y_B}{\alpha+\beta} \end{cases}$$

إحداثيات مرجح ثلاث نقط

في مستوى منسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

إذا كانت G **مرجح النقط المتزنة** (A,α) **و** (B,β) **و** (C,γ) **و إذا كانت** $A(x_A,y_A)$ **و** $B(x_B,y_B)$ **و** $C(x_C,y_C)$

و $G(x_G,y_G)$ **فإن :**
$$\begin{cases} x_G=\dfrac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma} \\ y_G=\dfrac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma} \end{cases}$$

مرجح أربع نقط

خاصية و تعريف

لتكن (A,α) **و** (B,β) **و** (C,γ) **و** (D,δ) **أربع نقط متزنة من المستوى بحيث :** $\alpha+\beta+\gamma+\delta\neq 0$

توجد نقطة وحيدة G **من المستوى بحيث :** $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}+\delta\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

خاصية

ليكن مرجح (A,α) **و** (B,β) **و** (C,γ) **و** (D,δ)

إذا كان H **مرجح** (A,α) **و** (B,β) **و** K **مرجح** (C,γ) **و** (D,δ)

فإن G **مرجح** $(H,\alpha+\beta)$ **و** $(K,\gamma+\delta)$