الدوران في المستوى

تعريف الدوران

لتكن Ω نقطة من المستوى الموجه $\mathscr{P}$ و θ عددا حقيقيا .
الدوران الذي مركزه Ω و زاويته θ هو التطبيق من $\mathscr{P}$ نحو $\mathscr{P}$ الذي يربط كل نقطة M بنقطة M' بحيث :

- إذا كان $M=\Omega$ فإن $M'=\Omega$
- إذا كان $M\neq\Omega$ فإن $\begin{cases}\Omega M'=\Omega M\\ \left(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}\right)\equiv\theta[2\pi]\end{cases}$

نرمز للدوران ب $r(\Omega,\theta)$ أو فقط ب r

نقول أن M' صورة M بالدوران r أو الدوران r يحول M إلى M' و نكتب $M'=r(M)$

كل دوران $r(\Omega,\theta)$ هو تطبيق تقابلي في المستوى و تقابله العكسي $r^{-1}(\Omega,\theta)$ هو الدوران العكسي للدوران $r(\Omega,\theta)$
و لدينا $r^{-1}(\Omega,\theta)=r(\Omega,-\theta)$

خاصيات الدوران

ليكن r دورانا و A و B نقطتين من المستوى ، لدينا $\begin{cases}r(A)=A'\\ r(B)=B'\end{cases}\Rightarrow A'B'=AB$ و نقول أن الدوران يحافظ على المسافة .

ليكن r دورانا و A و B نقطتين من المستوى ، لدينا $\begin{cases}r(A)=A'\\ r(B)=B'\end{cases}\Rightarrow [A'B']=r([AB])$

ليكن r دورانا و A و B و C ثلاث نقط من المستوى بحيث : $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$ $(k\in\mathbb{R})$، لدينا

$$\begin{cases}r(A)=A'\\ r(B)=B'\Rightarrow\overrightarrow{A'C'}=k\overrightarrow{A'B'}\\ r(C)=C'\end{cases}$$

ليكن r دورانا و A و B نقطتين من المستوى ، لدينا

$$\begin{cases} r(A)=A' \\ r(B)=B' \end{cases} \Rightarrow r\left(\left(AB\right)\right)=\left(A'B'\right) \text{ و } r\left(\left[AB\right]\right)=\left[A'B'\right]$$

لتكن A و B نقطتين من المستوى بحيث G مرجح (A,α) و (B,β) .
إذا كانت $r(A)=A'$ و $r(B)=B'$ و $r(G)=G'$ فإن G' مرجح (A',α) و (B',β) .

ليكن r دورانا زاويته θ ، لدينا : $\begin{cases} r(A)=A' \\ r(B)=B' \end{cases} \Rightarrow \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A'B'}\right)\equiv\theta[2\pi]$

ليكن r دورانا ، لدينا $\begin{cases} r(A)=A' \\ r(B)=B' \\ r(C)=C' \\ r(D)=D' \end{cases} \Rightarrow \left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)\equiv\left(\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{C'D'}\right)[2\pi]$ بحيث $A\neq B$ و $C\neq D$

ليكن r دورانا و $\mathcal{C}$ دائرة مركزها A و شعاعها R
صورة الدائرة $\mathcal{C}$ بالدوران r هي دائرة $\mathcal{C}'$ مركزها $A'=r(A)$ و لها نفس الشعاع R