الإمتحان الوطني الموحد

علوم تجريبية - الدورة العادية 2015

التمرين الأول (3 ن) :

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، المستوى (P) الذي معادلته $x+y+z+4=0$

و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,-1,-1)$ و شعاعها $\sqrt{3}$

1- أ) أحسب المسافة $d\left(\Omega,(P)\right)$ و استنتج أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) — $0,75$

ب) تحقق من أن النقطة $H(0,-2,-2)$ هي نقطة تماس المستوى (P) و الفلكة (S) — $0,5$

2- نعتبر النقطتين $A(2,1,1)$ و $B(1,0,1)$

أ) تحقق من أن $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ و استنتج أن $x-y-z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) — $0,75$

ب) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على المستوى (OAB) — $0,5$

ج) حدد مثلوث إحداثيات كل نقطة من نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) — $0,5$

التمرين الثاني : (3 ن) :

1- حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2+10z+26=0$ — $0,75$

2- نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2\right)$، النقط A و B و C و Ω التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c و ω بحيث : $a=-2+2i$ و $b=-5+i$ و $c=-5-i$ و $\omega=-3$

أ) بين أن $\dfrac{b-\omega}{a-\omega}=i$ — $0,5$

ب) استنتج طبيعة المثلث ΩAB — $0,5$

3- لتكن النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $6+4i$

أ) بين أن اللحق d للنقطة D هو $1+3i$ — $0,5$

ب) بين أن : $\dfrac{b-d}{a-d}=2$ و استنتج أن النقطة A هي منتصف القطعة $[BD]$ — $0,75$

التمرين الثالث (3 ن) :

يحتوي صندوق على ثماني كرات: 3 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بينها باللمس) نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .

1) نعتبر الحدث A التالي : " الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل " — $1,5$

و الحدث B التالي : " الحصول على كرتين من نفس اللون "

بين أن $p(A)=\dfrac{13}{28}$ و $p(B)=\dfrac{1}{4}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة .	
أ) بين أن $p\left(X=2\right)=\dfrac{1}{28}$	0,5
ب) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و أحسب الأمل الرياضي $E\left(X\right)$	1

المسألة (11 ن) :

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g\left(x\right)=e^{x}-2x$	
1) أحسب $g'\left(x\right)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن g تناقصية على $\left]-\infty,\ln 2\right]$ و تزايدية على $\left[\ln 2,+\infty\right[$	0,75
2) تحقق من أن $g\left(\ln 2\right)=2\left(1-\ln 2\right)$ ثم حدد إشارة $g\left(\ln 2\right)$	0,5
3) استنتج أن $g\left(x\right)>0$ لكل x من $\mathbb{R}$	0,5
II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f\left(x\right)=\dfrac{x}{e^{x}-2x}$	
و ليكن $\left(C\right)$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة $1cm$)	
1) أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-\dfrac{1}{2}$ (لاحظ أن $e^{x}-2x=x\left(\dfrac{e^{x}}{x}-2\right)$ لكل x من $\mathbb{R}^{*}$)	1
ب) أول هندسيا كل نتيجة من النتيجتين السابقتين .	0,5
2) أ) بين أن $f'\left(x\right)=\dfrac{\left(1-x\right)e^{x}}{\left(e^{x}-2x\right)^{2}}$ لكل x من $\mathbb{R}$	0,75
ب) أدرس إشارة $f'\left(x\right)$ على $\mathbb{R}$ ثم اعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$	0,75
ج) بين أن $y=x$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم $\left(T\right)$ المماس للمنحنى $\left(C\right)$ في النقطة O أصل المعلم .	0,25
3) أنشئ، في نفس المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$، المستقيم $\left(T\right)$ و المنحنى $\left(C\right)$ (نأخذ $\dfrac{1}{e-2}\approx 1,4$ و نقبل أن للمنحنى $\left(C\right)$ نقطتي انعطاف أفصول إحداهما ينتمي إلى المجال $\left]0,1\right[$ و أفصول الأخرى أكبر من $\dfrac{3}{2}$)	1
4) أ- بين أن $xe^{-x}\le\dfrac{x}{e^{x}-2x}\le\dfrac{1}{e-2}$ لكل x من المجال $\left[0,+\infty\right[$	0,75
ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\displaystyle\int_{0}^{1}xe^{-x}dx=1-\dfrac{2}{e}$	0,75
ج- لتكن ، ب cm^{2} ، $A\left(E\right)$ مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $\left(C\right)$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$. بين أن $1-\dfrac{2}{e}\le A\left(E\right)\le\dfrac{1}{e-2}$	0,5
III. لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $\left]-\infty,0\right]$ بما يلي : $h\left(x\right)=f\left(x\right)$	
1) بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده .	0,5

2) أنشئ ، في نفس المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، المنحنى $\left(C_{h^{-1}}\right)$ الممثل للدالة h^{-1}	0,5
IV. لتكن $\left(u_n\right)$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=-2$ و $u_{n+1}=h\left(u_n\right)$ لكل n من $\mathbb{N}$	
1) بين بالترجع أن $u_n\leq 0$ لكل n من $\mathbb{N}$	0,5
2) بين أن المتتالية $\left(u_n\right)$ تزايدية (يمكنك ملاحظة ، مبيانيا ، أن $h\left(x\right)\geq x$ لكل x من المجال $\left]-\infty,0\right]$)	0,75
3) استنتج أن المتتالية $\left(u_n\right)$ متقاربة و حدد نهايتها .	0,75

تصحيح التمرين الأول

-1 أ) لدينا : $d\left(\Omega,(P)\right)=\dfrac{\left|(1)+(-1)+(-1)+4\right|}{\sqrt{(1)^2+(1)^2+(1)^2}}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

بما أن $d\left(\Omega,(P)\right)=R$ فإن (P) مماس للفلكة (S)

ب)

✓ $H(0,-2,-2)\in(P)$ لأن : $(0)+(-2)+(-2)+4=0$

✓ $H(0,-2,-2)\in(S)$ لأن : $\Omega H=\sqrt{(0-1)^2+(-2+1)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{3}=R$

إذن : $H\in(P)\cap(S)$

و بما أن (P) مماس للفلكة (S) فإن H نقطة تماس المستوى (P) و الفلكة (S)

-2 أ)

✓ لدينا : $\overrightarrow{OA}(2,1,1)$ و $\overrightarrow{OB}(1,0,1)$

$$\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\begin{vmatrix}1&0\\1&1\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}2&1\\1&1\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}2&1\\1&0\end{vmatrix}\vec{k}$$

$$\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=1\vec{i}-1\vec{j}+(-1)\vec{k}$$

$$\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$$

✓ لدينا : $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}(1,-1,-1)$ منظمية للمستوى (OAB)

إذن معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) تكتب غلى شكل : $(1)x+(-1)y+(-1)z+d=0$

أي : $x-y-z+d=0$

و بما أن : $O(0,0,0)\in(OAB)$ فإن : $(0)-(0)-(0)+d=0$ أي $d=0$

و بالتالي معادلة للمستوى (OAB) هي : $x-y-z=0$

ب) لدينا $(\Delta)\perp(OAB)$ و $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}(1,-1,-1)$ منظمية للمستوى (OAB)

إذن $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}(1,-1,-1)$ هي موجهة للمستقيم (Δ)

$$M(x,y,z)\in(\Delta) \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M}=t.\left(\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}\right)(t\in\mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=t \\ y+1=-t \\ z+1=-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=-1-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$$

ج) مثلوث إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) هو حل للنظمة :

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=-1-t \\ (x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2 \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=0 \\ t=-1 \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=-2 \\ z=-2 \\ t=1 \end{cases}$$

تصحيح التمرين الثاني

1- لنحل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2+10z+26=0$

لدينا : $\Delta=(-10)^2-4(1)(26)=100-104=-4$

بما أن $\Delta<0$ فإن المعادلة تقبل حلين عقديين مترافقين

$$z=\frac{-(10)-i\sqrt{4}}{2(1)} \quad \text{أو} \quad z=\frac{-(10)+i\sqrt{4}}{2(1)}$$

إذن $z=\dfrac{-10-2i}{2}$ أو $z=\dfrac{-10+2i}{2}$

إذن $z=-5-i$ أو $z=-5+i$

و منه $S=\{-5-i,-5+i\}$

-2 أ) $\dfrac{b-\omega}{a-\omega}=\dfrac{-5+i-(-3)}{-2+2i-(-3)}=\dfrac{-2+i}{1+2i}=\dfrac{i(1+2i)}{1+2i}=i$

ب) لدينا : $\dfrac{b-\omega}{a-\omega}=i=1.e^{i\frac{\pi}{2}}$

✓ لدينا : $\left|\dfrac{b-\omega}{a-\omega}\right|=1$ إذن : $\dfrac{\Omega B}{\Omega A}=1$ و منه $\Omega B=\Omega A$

✓ لدينا : $\arg\left(\dfrac{b-\omega}{a-\omega}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ إذن : $\left(\overrightarrow{\Omega A},\overrightarrow{\Omega B}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$

و بالتالي المثلث ΩAB متساوي الساقين و قائم الزاوية في A

-3 أ)

$$d=c+z_{\vec{u}}$$
$$d=-5-i+6+4i$$
$$d=1+3i$$

ب)

$$\frac{b-d}{a-d}=\frac{(-5+i)-(1+3i)}{(-2+2i)-(1+3i)}=\frac{-6-2i}{-3-i}=\frac{2(-3-i)}{-3-i}=2$$

لدينا $\dfrac{b-d}{a-d}=2$ إذن : $b-d=2(a-d)$ إذن : $\overrightarrow{DB}=2\overrightarrow{DA}$

و منه A هي منتصف $[BD]$

تصحيح التمرين الثالث

التجربة " سحب بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق "

ليكن Ω كون إمكانيات التجربة

لدينا : $card\,\Omega=A_8^2=56$

1) A " الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل "

طريقة 1:

$\overline{A}$ " عدم الحصول على أية كرة بيضاء "

$$card\,\overline{A} = A_6^2 = 30$$

$$p\left(\overline{A}\right) = \frac{card\,\overline{A}}{card\,\Omega} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$$

$$p\left(A\right) = 1 - p\left(\overline{A}\right) = 1 - \frac{15}{28} = \frac{13}{28}$$

طريقة 2:

A " الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل "

$$cardA = 2\times A_2^1 \times A_6^1 + A_2^2 = 2\times 2\times 6 + 2 = 24 + 2 = 26$$

$$p\left(A\right) = \frac{cardA}{card\,\Omega} = \frac{26}{56} = \frac{13}{28}$$

B " الحصول على كرتين من نفس اللون "

$$cardB = A_3^2 + A_3^2 + A_2^2 = 6 + 6 + 2 = 14$$

$$p\left(B\right) = \frac{cardB}{card\,\Omega} = \frac{14}{56} = \frac{1}{4}$$

2) X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة

أ) $$p\left(X = 2\right) = \frac{A_2^2}{56} = \frac{2}{56} = \frac{1}{28}$$

ب) $$p\left(X = 0\right) = \frac{A_6^2}{56} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$$

$$p\left(X = 1\right) = \frac{2\times A_2^1 \times A_6^1}{56} = \frac{2\times 2\times 6}{56} = \frac{24}{56} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

$$p\left(X = 2\right) = \frac{1}{28}$$

x_i	0	1	2
$p\left(X = x_i\right)$	$\frac{15}{28}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{1}{28}$

الأمل الرياضي :

$$E\left(X\right) = \left(0\times\frac{15}{28}\right) + \left(1\times\frac{12}{28}\right) + \left(2\times\frac{1}{28}\right) = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}$$

تصحيح المسألة

I.

1) ليكن $x \in \mathbb{R}$:

لدينا : $g'(x) = \left(e^x - 2x\right)' = e^x - 2$

إذن : $g'(x) = e^x - 2$ **لكل** x **من** $\mathbb{R}$

$$g'(x) = 0 \iff e^x - 2 = 0$$
$$\iff x = \ln(2)$$

لدينا :

x	$-\infty$ $\quad ln2 \quad$ $+\infty$
ex-2	$-$ $\quad 0 \quad$ $+$

إذن :

- ✓ على المجال $]-\infty, \ln 2] : g'(x) \leq 0$ إذن g تناقصية
- ✓ على المجال $[\ln 2, +\infty[: g'(x) \geq 0$ إذن g تزايدية

2) $g(\ln 2) = e^{\ln 2} - 2\ln(2) = 2 - 2\ln(2) = 2\left(1 - \ln(2)\right)$

نعلم أن : $e > 2$

إذن : $\ln(e) > \ln(2)$

إذن : $1 > \ln(2)$

إذن : $1 - \ln(2) > 0$

و منه : $g(\ln 2) > 0$

3) لدينا $g(\ln 2)$ هي القيمة الدنوية للدالة g على $\mathbb{R}$

إذن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) \geq g(\ln(2))$

و بما أن $g(\ln 2) > 0$ فإن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) > 0$

II.

1) أ)

✓ $$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{e^x - 2x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{x\left(\frac{e^x}{x} - 2\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x} - 2} = 0$$

لأن : $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{e^x-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x}{x\left(\frac{e^x}{x}-2\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\frac{e^x}{x}-2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\frac{1}{x}e^x-2}=\frac{-1}{2}$$ ✓

لأن : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0\\ \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0\end{cases}$

ب)

✓ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0 \Leftarrow$ (C_f) يقبل مقارب أفقي معادلته $y=0$ بجوار $+\infty$

✓ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\frac{-1}{2} \Leftarrow$ (C_f) يقبل مقارب أفقي معادلته $y=\frac{-1}{2}$ بجوار $-\infty$

2) أ) ليكن $x\in\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{x}{e^x-2x}\right)' \\ &= \frac{(x)'(e^x-2x)-x(e^x-2x)'}{(e^x-2x)^2} \\ &= \frac{1\times(e^x-2x)-x(e^x-2)}{(e^x-2x)^2} \\ &= \frac{e^x-2x-xe^x+2x}{(e^x-2x)^2} \\ &= \frac{e^x-xe^x}{(e^x-2x)^2} \\ &= \frac{(1-x)e^x}{(e^x-2x)^2} \end{aligned}$$

إذن : $f'(x)=\frac{(1-x)e^x}{(e^x-2x)^2}$ لكل x من $\mathbb{R}$

ب) ليكن $x\in\mathbb{R}$:

لدينا : $e^x>0$ و $(e^x-2x)^2>0$

إذن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $1-x$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$1-x$	$+$	0	$-$

جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-1/2$	$\nearrow$	$1/(e-2)$	$\searrow$	0

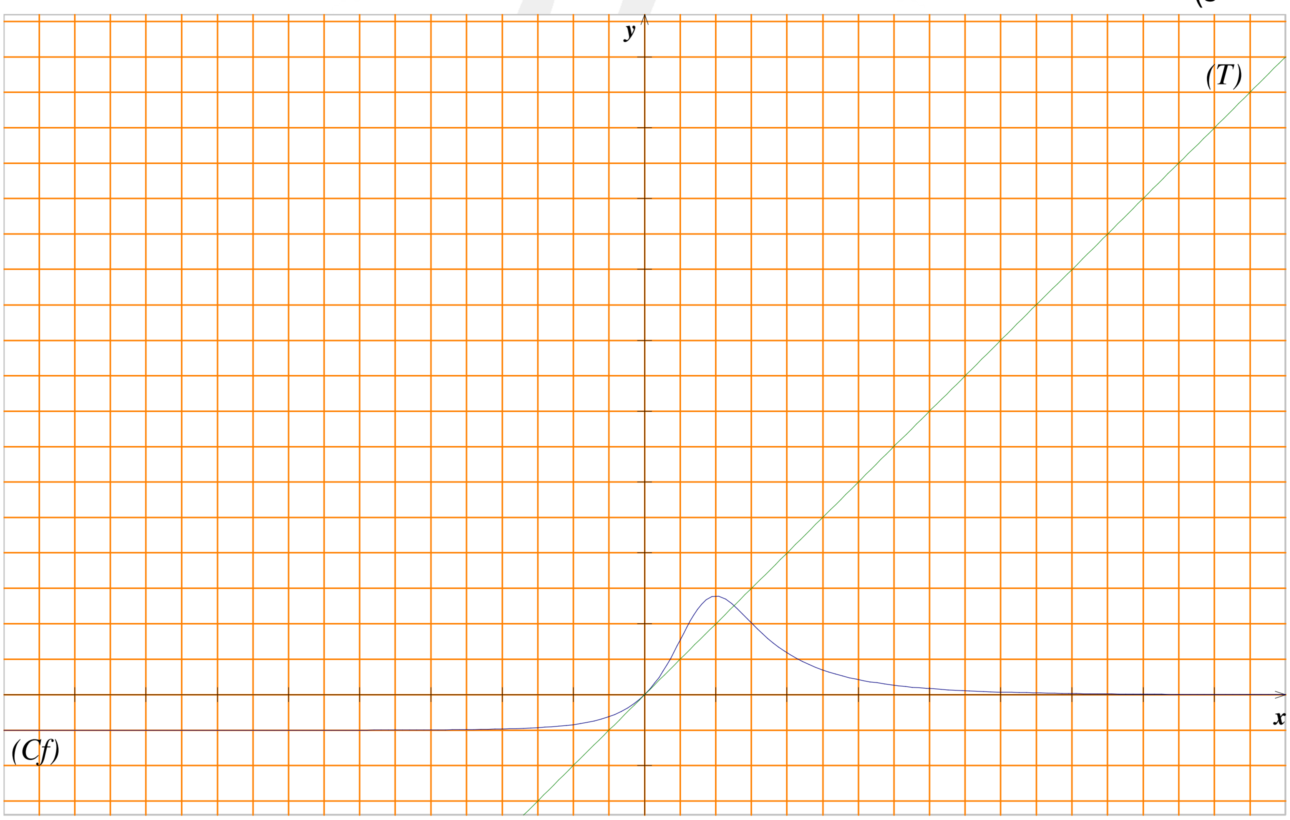
ج) معادلة ديكارتية للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة O أصل المعلم

$$y = f'(0).(x-0)+f(0)$$

لدينا : $f'(0)=1$ و $f(0)=0$

وبالتالي : $y=x$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C) في النقطة O أصل المعلم .

3)



4) أ- ليكن $x \in [0,+\infty[$:

✓ لدينا $f(1)$ هي القيمة القصوية للدالة f على المجال $[0,+\infty[$

إذن : $\forall x \in [0,+\infty[\quad f(x) \le f(1)$

و منه $\forall x \in [0,+\infty[\quad \dfrac{x}{e^x - 2x} \le \dfrac{1}{e-2}$

✓ لدينا : $x \ge 0$

إذن : $-2x \le 0$

إذن : $e^x - 2x \le e^x$

إذن : $\dfrac{1}{e^x} \le \dfrac{1}{e^x - 2x}$

إذن $\dfrac{x}{e^x} \le \dfrac{x}{e^x - 2x}$

و منه $\forall x \in [0,+\infty[\quad xe^{-x} \le \dfrac{x}{e^x - 2x}$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء لنحسب : $\int_0^1 xe^{-x}dx$:

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = e^{-x} \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = e^{-x} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}\int_0^1 xe^{-x}dx &= \left[-xe^{-x}\right]_0^1 - \int_0^1 -e^{-x}dx \\ &= \left[-xe^{-x}\right]_0^1 - \left[e^{-x}\right]_0^1 \\ &= \left(\left(-e^{-1}\right) - (0)\right) - \left(\left(e^{-1}\right) - \left(e^0\right)\right) \\ &= -\frac{1}{e} - 0 - \frac{1}{e} + 1 \\ &= 1 - \frac{2}{e}\end{aligned}$$

ج- لتكن ، ب cm^2 ، $A(E)$ مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين

اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$

لدينا : $\dfrac{1}{e-2} \ge \dfrac{x}{e^x - 2x} \ge xe^{-x}$ لكل x من المجال $[0,+\infty[$

إذن : $\int_0^1 xe^{-x}dx \le \int_0^1 \dfrac{x}{e^x - 2x}dx \le \int_0^1 \dfrac{1}{e-2}dx$

إذن : $1-\frac{2}{e}\leq A\left(E\right)\leq\left[\frac{1}{e-2}.x\right]_0^1$

و منه : $1-\frac{2}{e}\leq A\left(E\right)\leq\frac{1}{e-2}$

III. لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $\left]-\infty,0\right]$ بما يلي : $h\left(x\right)=f\left(x\right)$

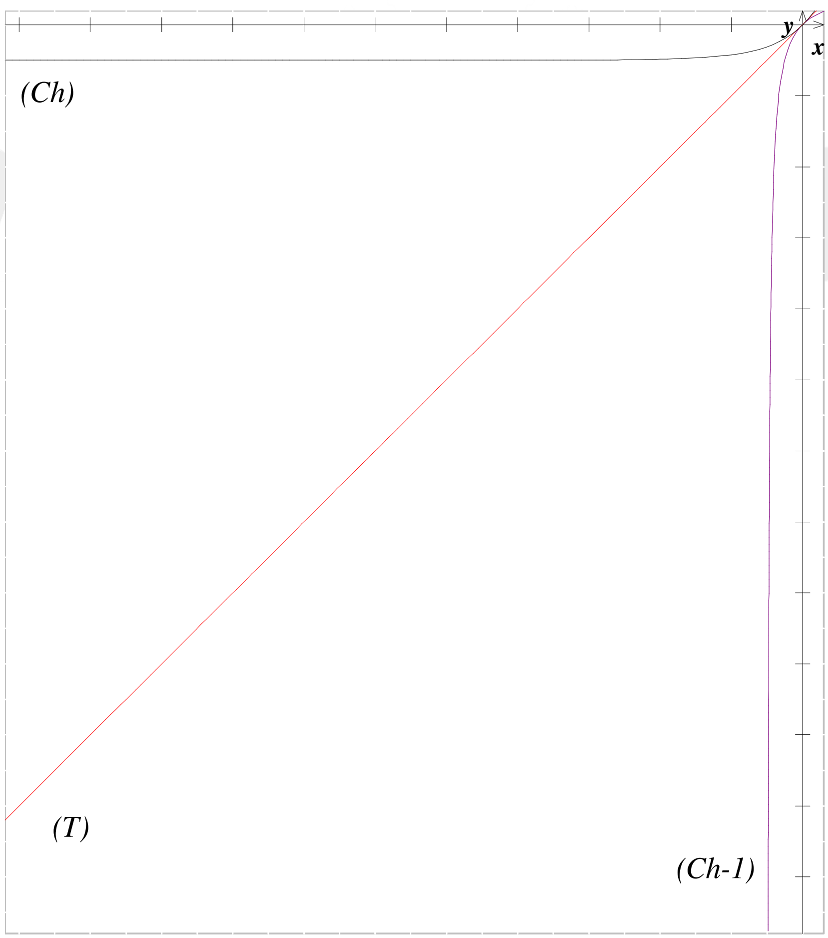
1)

- ✓ لدينا h متصلة على $\left]-\infty,0\right]$
- ✓ و لدينا h تزايدية قطعا على $\left]-\infty,0\right]$

إذن h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة من مجال J نحو $\left]-\infty,0\right]$

بحيث : $J=h\left(\left]-\infty,0\right]\right)=\left]\lim_{x\to-\infty}\left(x\right),h\left(0\right)\right]=\left]\frac{-1}{2},0\right]$

2)



IV.

1)

✓ من أجل $n=0$:

لدينا : $u_0=-2$ إذن : $u_0\leq 0$

✓ ليكن $n\in\mathbb{N}$:

- نفترض أن : $u_n\leq 0$
- و نبين أن : $u_{n+1}\leq 0$

لدينا حسب الإفتراض $u_n\leq 0$ و لدينا الدالة h تزايدية قطعا على $]-\infty,0]$

إذن : $h(u_n)\leq h(0)$ و منه $u_{n+1}\leq 0$

- نستنتج : $u_n\leq 0$ لكل n من $\mathbb{N}$

2) ليكن $n\in\mathbb{N}$:

مبيانيا ، نلاحظ أن $h(x)\geq x$ لكل x من المجال $]-\infty,0]$

إذن بما أن $u_n\in]-\infty,0]$ فإن $h(u_n)\geq u_n$

وبالتالي : $u_{n+1}\geq u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

و منه المتتالية (u_n) تزايدية

3)

✓ بما أن (u_n) تزايدية و مكبورة فإنها متقاربة

✓ لنحدد نهاية (u_n) :

- لدينا h متصلة على $]-\infty,0]$
- لدينا $h(]-\infty,0])=\left]\frac{-1}{2},0\right]$ إذن : $h(]-\infty,0])\subset]-\infty,0]$
- و لدينا (u_n) متقاربة

إذن نهاية (u_n) هي حل للمعادلة $h(x)=x$

$$h(x)=x\Leftrightarrow x=0$$

و بالتالي : $\lim_{n\to+\infty}u_n=0$

つづく